



«ГИ УрО РАН»

РЕШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА
ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОБЛЕМЕ ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ
ПОРОДНОГО МАССИВА

Семин Михаил Александрович

к.т.н., уч. секр. «ГИ УрО РАН»

ПЛАН ДОКЛАДА

1. Вводная часть (немного об институте, отделе и проводимом исследовании).
2. Решенные задачи и полученные результаты.
3. Нерешенные задачи.

ГЛОБАЛЬНАЯ ЦЕЛЬ ДОКЛАДА

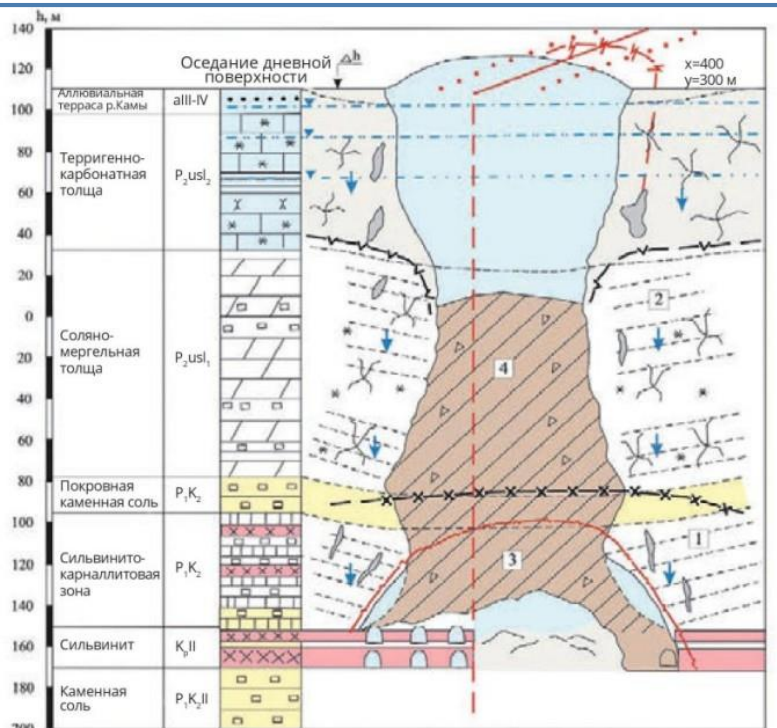
- Найти точки научного соприкосновения между ГИ УрО РАН и ИММ УрО РАН.

ЧАСТЬ 1. ВВОДНАЯ

ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ УРО РАН, Г. ПЕРМЬ



ВОДОЗАЩИТНАЯ ТОЛЩА



УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- Уровни подземных вод:
- пресных;
 - минерализованных;
 - рассолов.
- Границы: подземных выработок;
- зоны тектонических нарушений;
 - зоны гипергенеза коренных пород;
 - зоны изменения НДС над подземными выработками.
- Стадии развития процесса:
- закарстованность пород;
 - зоны обрушения сylvинито-карналлитовой толщи (свод обрушения);
 - зоны условно деформированных слоев горных пород;
 - суффозионно-карстовых полостей;
 - обрушение кровли подземных выработок (предполагаемые);
 - направление фильтрации;
 - зоны возможного обрушения стенок провала.

- 1 Деформации и разрывы в сylvинито-карналлитовой и водозащитной соляно-мергельной толщах; начало фильтрации в выработки.
- 2 Длительная промывная сверху вниз фильтрация, растворение и суффозия пород в соляно-мергельной и терригенно-карбонатной толщах; ослабление их прочности.
- 3 Формирование ослабленной зоны в сylvинито-карналлитовой толще с деформациями и разрушениями (свод обрушения).
- 4 Обрушение пород сylvинито-карналлитовой и вышележащих толщ. Образование провала.



Рис. 5. Схема возможного развития карстового провала на соляном руднике в г. Березники Пермского края (вариант № 1)

ОТДЕЛ АЭРОЛОГИИ И ТЕПЛОФИЗИКИ

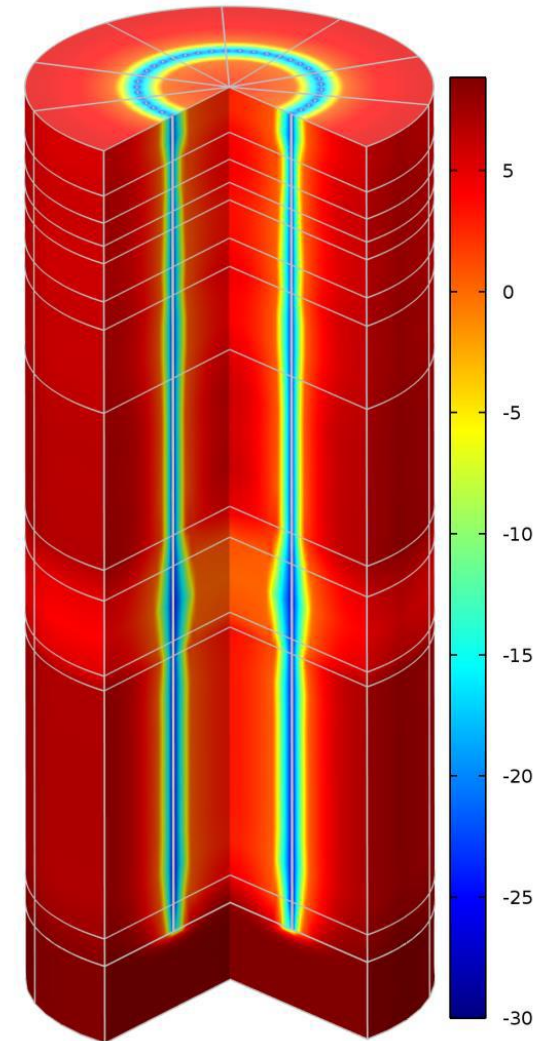
3 сектора, ≈ 35 человек.

Направления исследований:

1. Рудничная вентиляция, газодинамика.
2. Нормализация микроклиматических условий.
3. Системы оптимального автоматического управления.
4. Безопасность ведения горных работ.
5. **Горная теплофизика**, термомеханика грунтов и пород.

ИСКУССТВЕННОЕ ЗАМОРАЖИВАНИЕ ГРУНТОВ И ГОРНЫХ ПОРОД

- Способ проведения вертикальных шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях.
- Идея – бурение контура замораживающих скважин по периметру проектируемого шахтного ствола, установка колонок, организация циркуляции хладоносителя по колонкам.
- Цель – формирование ледопородного ограждения вокруг строящейся выработки.



ШАХТНЫЙ СТОЛ В ПРОХОДКЕ (УСТЬЕ)

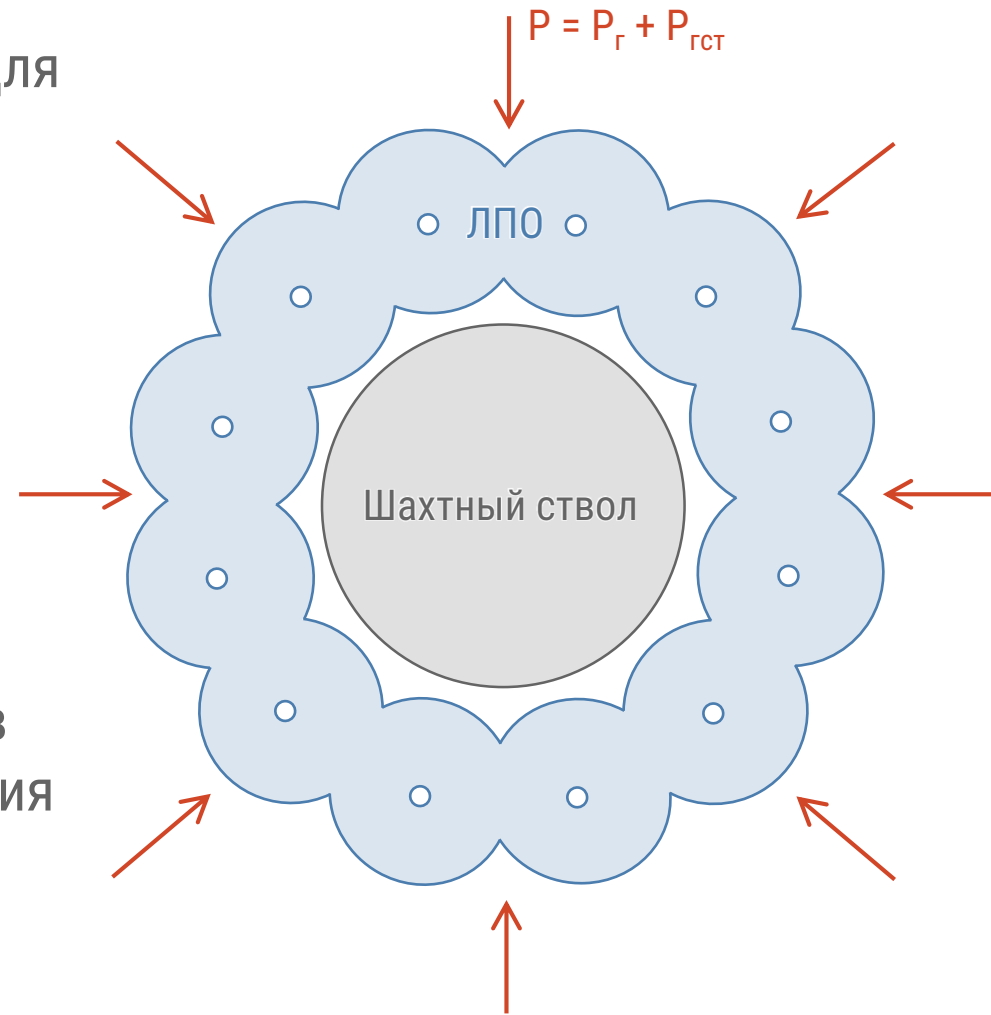


ШАХТНЫЙ СТВОЛ В ПРОХОДКЕ (ЗАБОЙ)



ЛЕДОПОРОДНОЕ ОГРАЖДЕНИЕ

- Ледопородное ограждение служит для восприятия горного и гидростатического давлений.
- Эффективность функционирования ЛПО зависит от параметров его состояния: герметичности (сплошности) и толщины.
- Обязательный контроль параметров состояния ледопородного ограждения с момента начала замораживания горных пород до окончания строительства ствола.



АВАРИЙНЫЕ СИТУАЦИИ



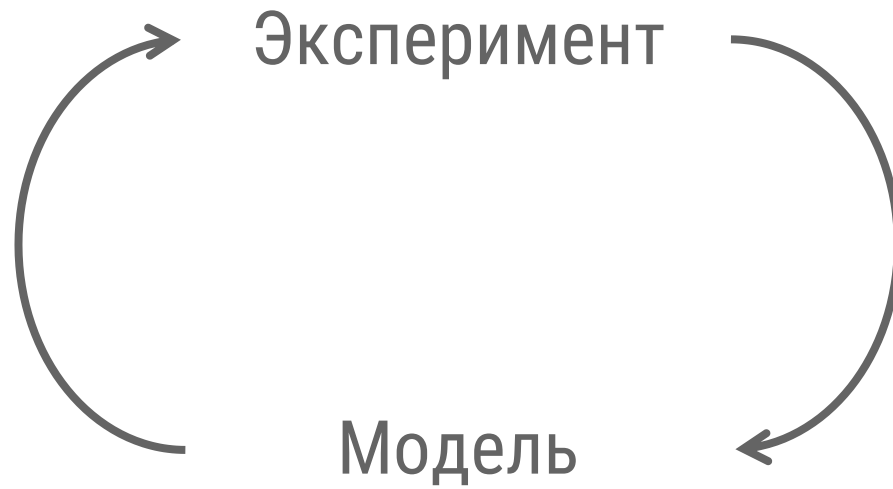
Гремячинский рудник
Рудники ВКМКС
Гарлыкский рудник

ИДЕЯ НАШЕГО ИССЛЕДОВАНИЯ

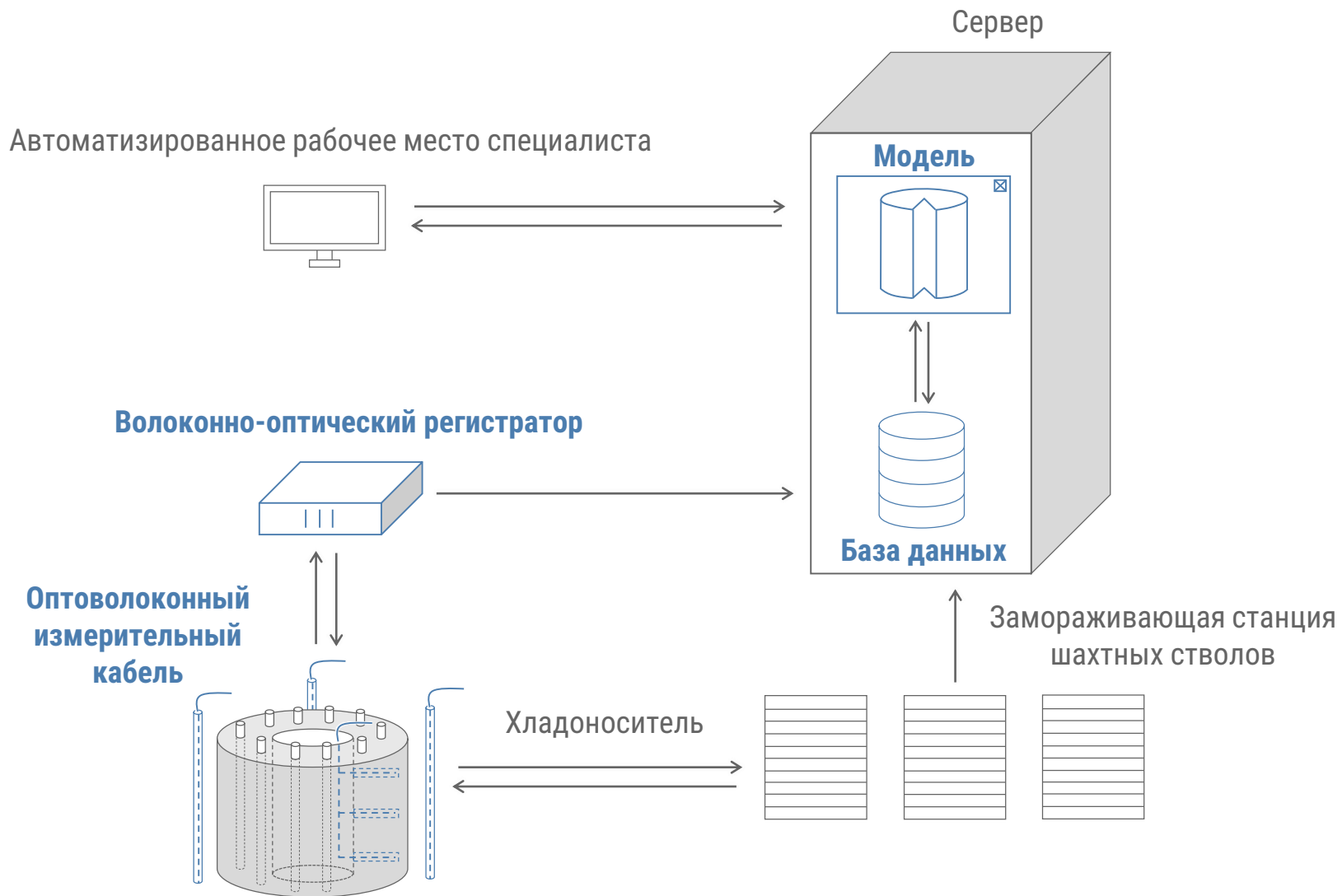
1. Экспериментальное измерение температуры в контрольно-термических скважинах.
2. Теоретический расчет распределения температуры в породном массиве.
3. Сравнительный анализ измеренных и рассчитанных температур в контрольно-термических скважинах.
4. Корректировка каких-либо параметров модели на предмет наилучшего соответствия данным экспериментальных измерений.

ИДЕЯ НАШЕГО ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Экспериментальное измерение температуры в контрольно-термических скважинах.
2. Теоретический расчет распределения температуры в породном массиве.
3. Сравнительный анализ измеренных и рассчитанных температур в контрольно-термических скважинах.
4. Корректировка каких-либо параметров модели на предмет наилучшего соответствия данным экспериментальных измерений.
5. Калибровка измерительных датчиков, в случае если их показания оказываются несовместными с показаниями других датчиков.



СТРУКТУРНАЯ СХЕМА СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ЛПО



ЧАСТЬ 2. РЕШЕННЫЕ ЗАДАЧИ

ТЕКУЩИЕ РАЗРАБОТКИ

- Решения двумерной двухфазной прямой задачи Стефана.
- Решение обратной задачи Стефана методом градиентного спуска.
- Решение обратной задачи Стефана методом сопряженного градиента (подход Н.Г. Гольдман).
- Решение задачи Дарси-Стефана (не будет здесь подробно освещаться).

КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

- Двухмерная постановка (горизонтальный разрез слоя горных пород).
- Теплоперенос в вертикальном направлении отсутствует.
- Грунтовые воды в связанном состоянии с массивом.
- Две фазы: «массив + талая вода» и «массив + мерзлая вода».
- Для каждой из фаз свойства породного массива являются однородными и изотропными.
- Отклонения положений скважин от вертикали.
- Фазовый переход происходит по линейному закону в диапазоне температур $[T_1, T_2]$.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

$$\chi = \chi_1 \phi_{ice} + \chi_2 (1 - \phi_{ice})$$

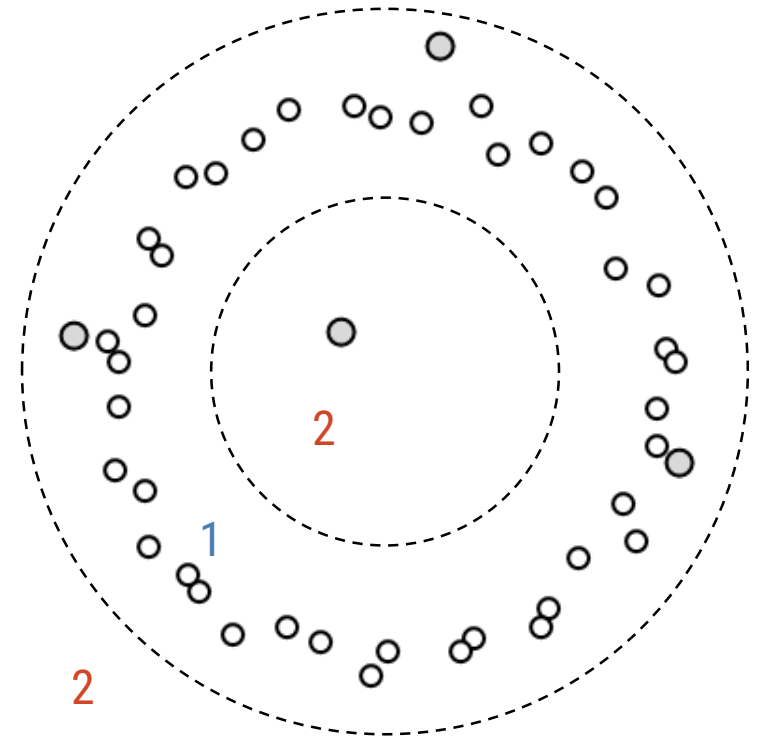
$$H = \begin{cases} \rho c_1 (T - T_1), & T_1 > T \\ \rho L \phi_{ice} & T_2 > T \geq T_1 \\ \rho c_2 (T - T_2) + \rho L, & T \geq T_2 \end{cases}$$

$$\phi_{ice} = \begin{cases} 1 & T_1 > T \\ (T - T_2) / (T_1 - T_2) & T_2 > T \geq T_1 \\ 0, & T \geq T_2 \end{cases}$$

$$t = 0: T = T_0$$

$$\mathbf{r} \in \Omega_i: \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha (T_w - T), i = 1, \dots, N_f$$

$$|\mathbf{r}| \rightarrow +\infty: T = T_0$$

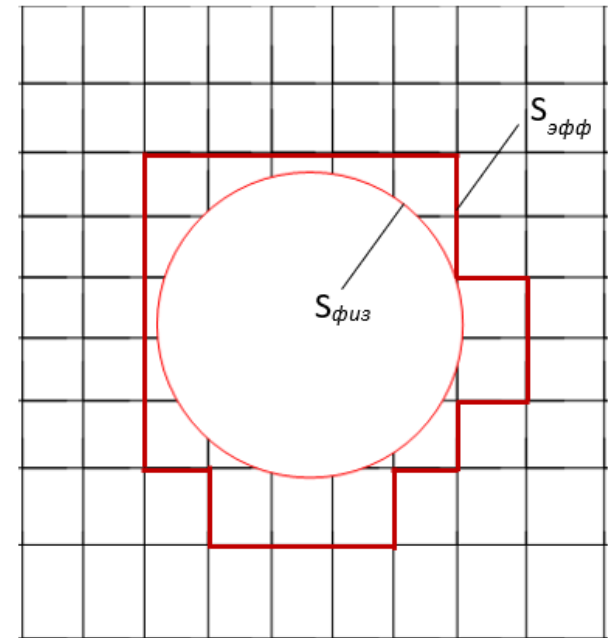
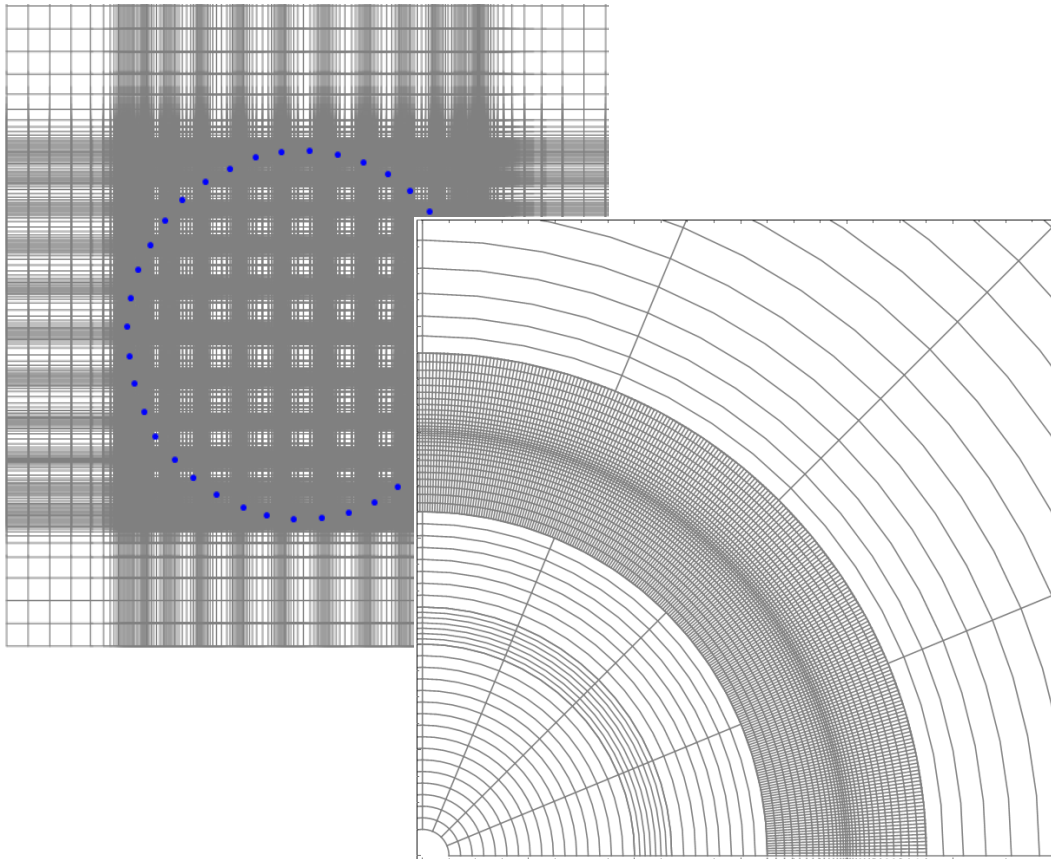


1 – мерзлый грунт

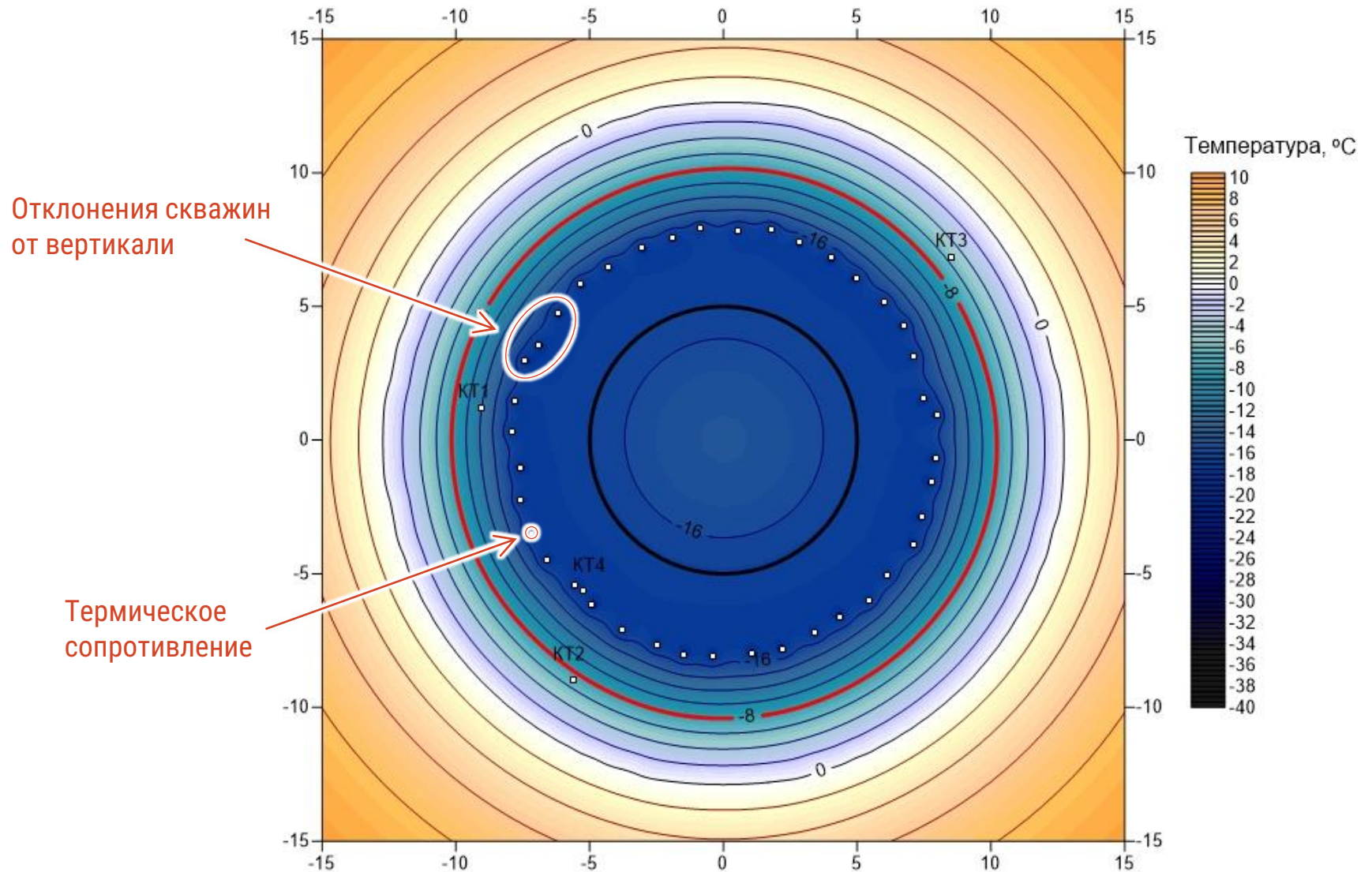
2 – талый грунт

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

- Метод конечных разностей, регулярная сетка (декартова и полярная).
- Явная схема по времени 1-го порядка.



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ



ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС «FROZENWALL»

The screenshot displays the 'FrozenWall' software interface. At the top, there is a menu bar with 'Файл', 'Исходные данные', 'Расчет', and 'Анализ результатов'. Below the menu is a toolbar with icons for 'Геология', 'Теплофизика', 'График заморозки', 'Термометрия', 'Замораживающие колонки', 'Контрольные скважины', 'Параметры воздуха', 'График проходки', and 'Отключение колонок'. The main area contains a table with 13 rows of data. At the bottom, a status bar indicates 'Расчет успешно завершен'.

Слой	Описание породы	Отметка кровли, м	Отметка почвы, м	Мощность, м	Проектная толщина ЛПО, м
1	Песок	0.0	-38.0	38.0	0.47
2	Глина	-38.0	-42.0	4.0	0.47
3	Песок	-42.0	-53.3	11.3	1.06
4	Песок глинистый	-53.3	-60.5	7.2	1.06
5	Глина алевритистая	-60.5	-68.0	7.5	0.83
6	Песок	-68.0	-77.1	9.1	1.50
7	Алеврит	-77.1	-86.5	9.4	1.39
8	Мел	-86.5	-113.0	26.5	0.89
9	Песчаник	-113.0	-115.0	2.0	1.92
10	Песок	-115.0	-119.0	4.0	1.80
11	Глина	-119.0	-147.0	28.0	3.79
12	Песок	-147.0	-153.6	6.6	2.27
13	Глина аргиллитоподобная	-153.6	-190.0	36.4	1.10

Расчет успешно завершен

АНАЛИЗ БЕЗРАЗМЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

Цель

- Определение количества независимых комплексов, определяющих решение прямой задачи Стефана.

Безразмерные уравнения теплопереноса

$$\frac{\partial H(\Theta)}{\partial \tau} = Fo_2 Ste_2 \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[1 + \phi_{ice} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - 1 \right) \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[1 + \phi_{ice} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - 1 \right) \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right] \right\}$$

$$\left[\frac{\partial \Theta}{\partial N} - Bi_1 (\Theta_f - \Theta) \right]_{\Omega_F} = 0$$

$$H(\Theta) = \begin{cases} Ste_2 (\Theta - \Theta_2) & \Theta > \Theta_2 \\ \phi_{ice} & \Theta_2 > \Theta > \Theta_1 \\ Ste_1 (\Theta - \Theta_1) \rho_1 / \rho_2 & \Theta_1 > \Theta \end{cases}$$

АНАЛИЗ БЕЗРАЗМЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

- 7 независимых безразмерных комплексов

$$Fo_1 = \frac{\lambda_1 \Delta t}{\rho_1 c_1 L^2}$$

$$Fo_2 = \frac{\lambda_2 \Delta t}{\rho_2 c_2 L^2}$$

$$Ste_1 = \frac{c_1 \Delta T}{L}$$

$$Ste_2 = \frac{c_2 \Delta T}{L}$$

$$Bi_1 = \frac{\alpha L}{\lambda_1}$$

$$\lambda_1 / \lambda_2$$

$$\rho_1 / \rho_2$$

АНАЛИЗ БЕЗРАЗМЕРНЫХ КОМПЛЕКСОВ

- 5 независимых безразмерных комплексов

$$Fo_1 = \frac{\lambda_1 \Delta t}{\rho_1 c_1 L^2}$$

$$Fo_2 = \frac{\lambda_2 \Delta t}{\rho_2 c_2 L^2}$$

$$Ste_1 = \frac{c_1 \Delta T}{L}$$

$$Ste_2 = \frac{c_2 \Delta T}{L}$$

$$Bi_1 = \frac{\alpha L}{\lambda_1}$$

ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

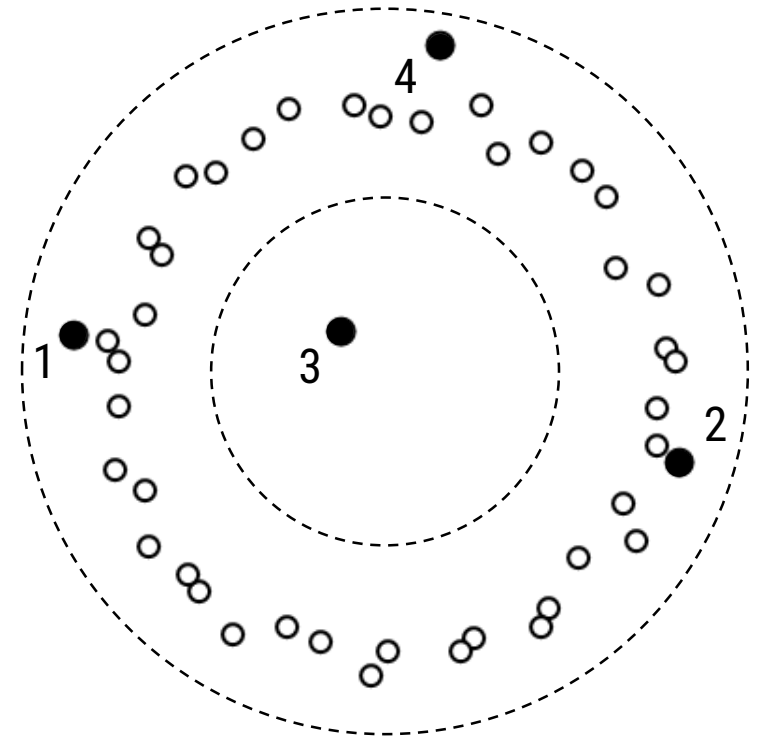
- Переопределение задачи: распределение температур T_i^* по глубине контрольных скважин в породном массиве

$$T_i(t) = T_i^*(t), i = 1, \dots, N_{cb}$$

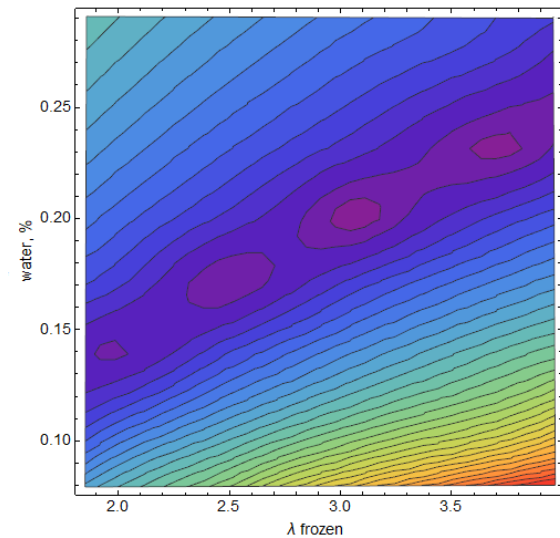
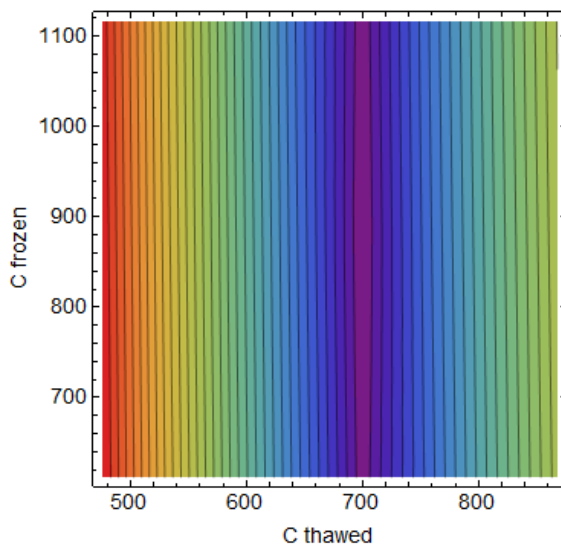
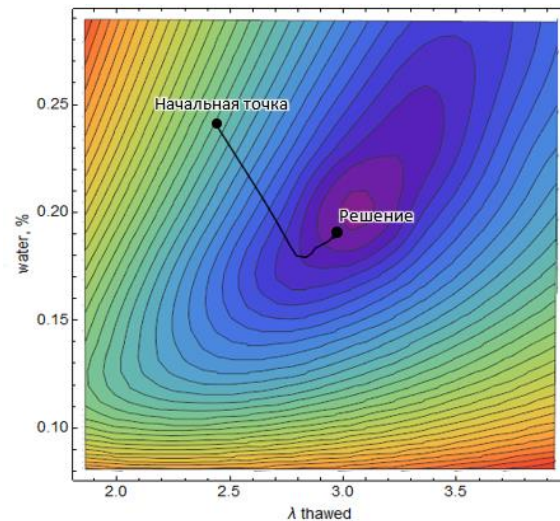
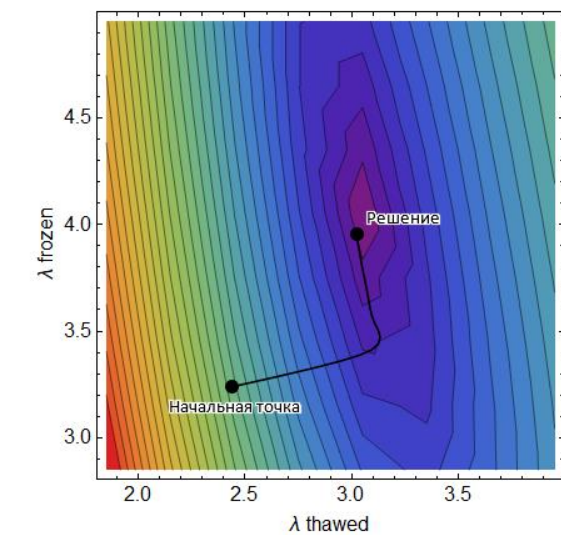
- Метод естественной регуляризации (Алифанов, 1988)
- Минимизация функционала невязки

$$I = \sum_{i=1}^{N_K} \|T_i^* - T_i\| \rightarrow \min$$

- Максимум 5 параметров оптимизации: $Ste_1, Fo_1, Ste_2, Fo_2, Bi_1$



ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛА РАССОГЛАСОВАНИЙ



АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

- На основе метода градиентного спуска.
- Эмпирическое определение приращение параметров оптимизации ΔX :

$$\Delta X_{i+1} = \mu \Delta X_i + (1 - \mu) I_i \cdot \frac{\nabla I_i}{|\nabla I_i|}$$

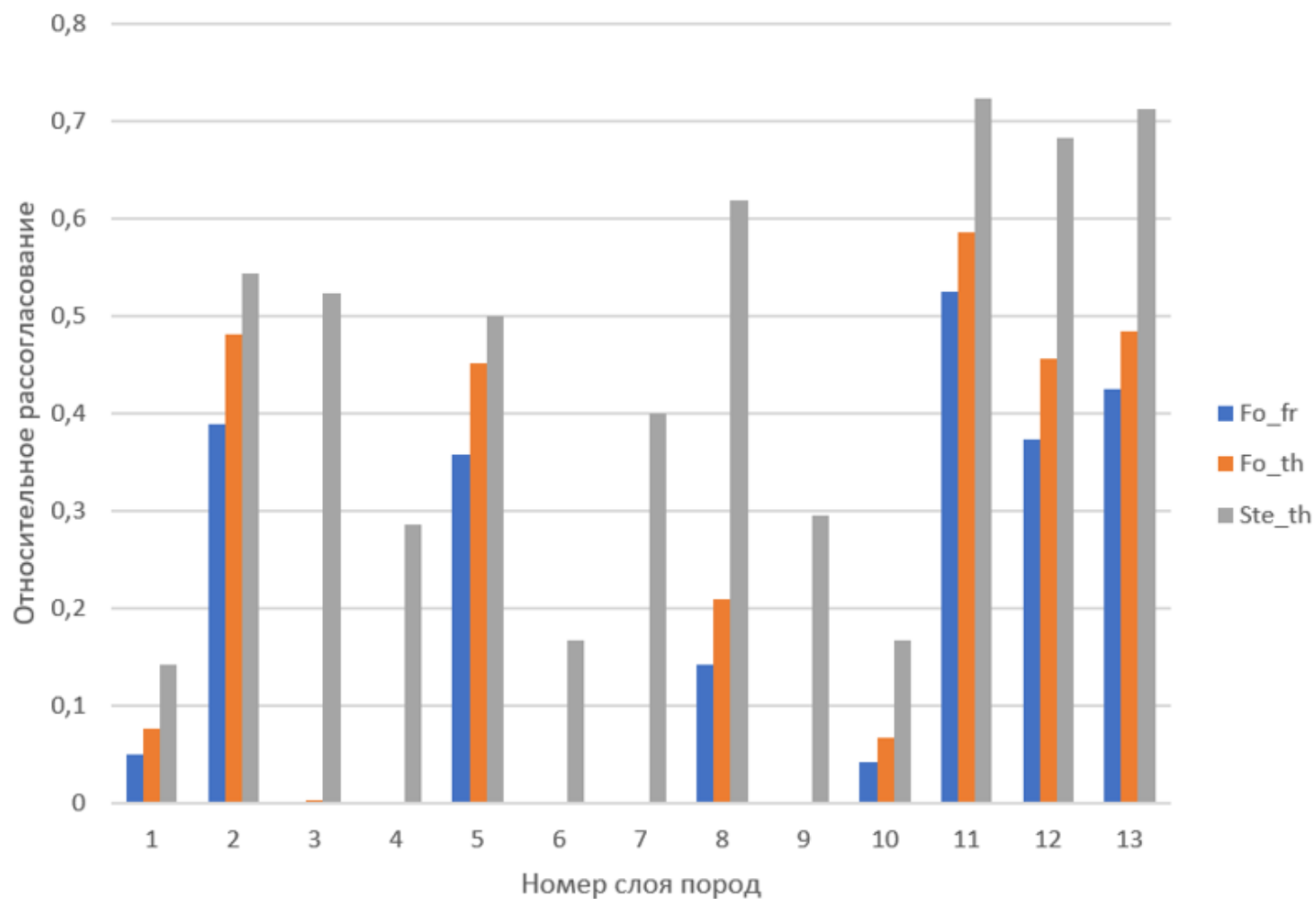
$$X_{i+1} = X_i + \sigma \Delta X_{i+1}$$

- Ограничение по минимальному и максимальному допустимым значениям параметров оптимизации:

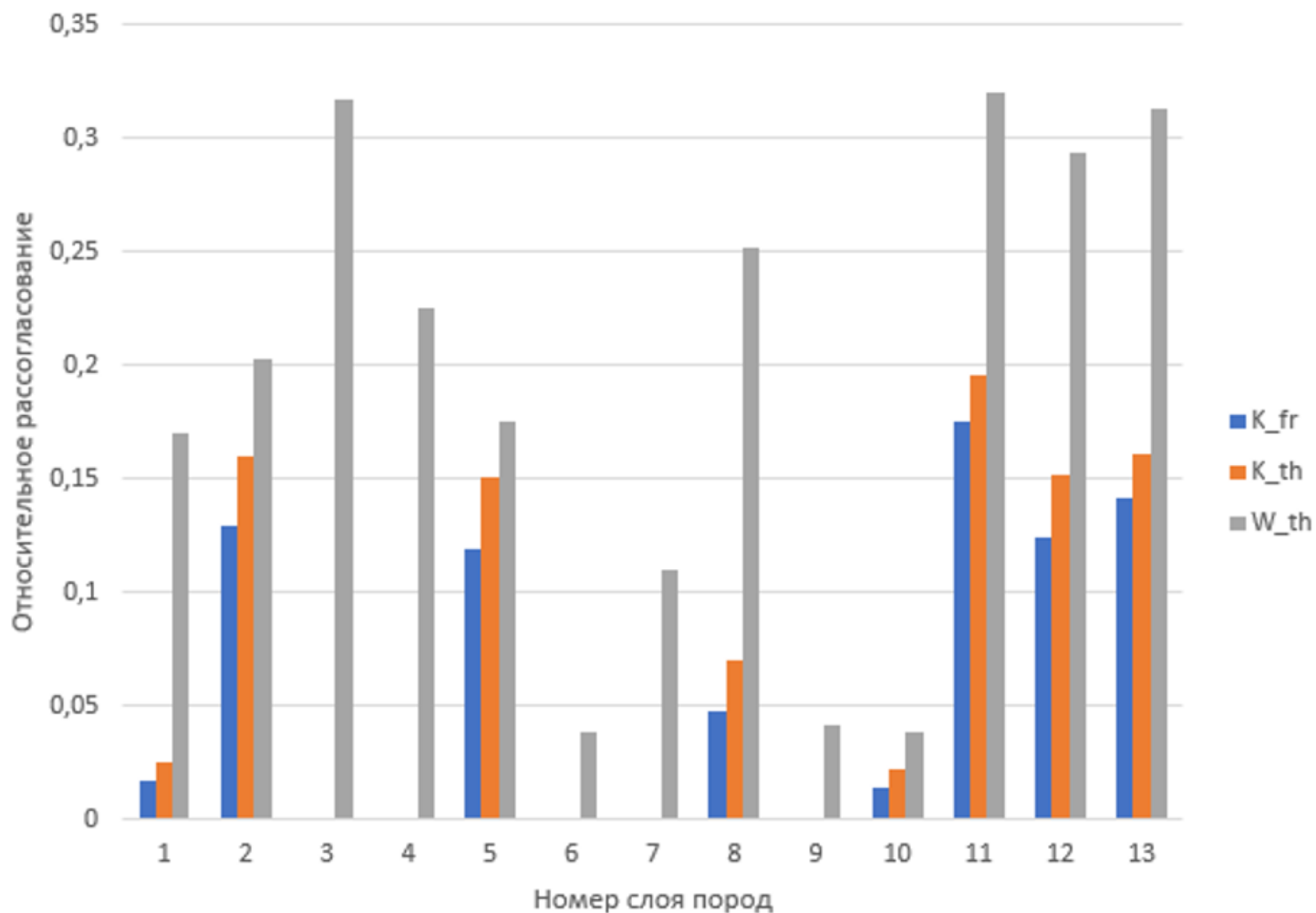
$$X_i \in [X_{min}, X_{max}]$$

КАЛИБРОВКА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГОРНЫХ ПОРОД

- Исходные данные: стволы рудника Нежинского ГОК, ИООО «Славкалий»



КАЛИБРОВКА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГОРНЫХ ПОРОД



ЕЩЕ ОДИН ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

- На основе метода сопряженного градиента, предложенного в работах Н.Г. Гольдман.
- Постановка задачи в приращениях температуры.
- Постановка сопряженной задачи относительно неизвестной функции ψ (нулевые Г.У. + точечный источник теплоты в местах контрольных скважин).
- Градиент функционала в фазовом пространстве параметров минимизации вычисляется по формуле:

$$\nabla_{(c)} I = - \int_0^T \int_{\Omega} \nabla_{(ct)} H \cdot \psi d\Omega dt$$

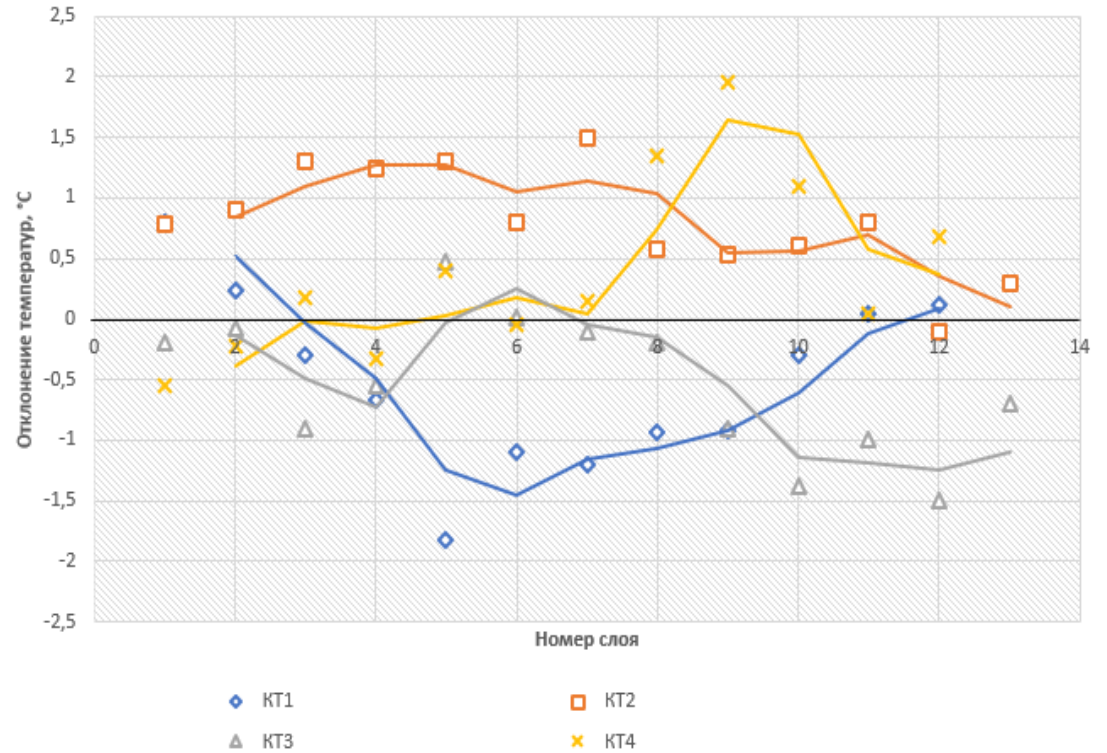
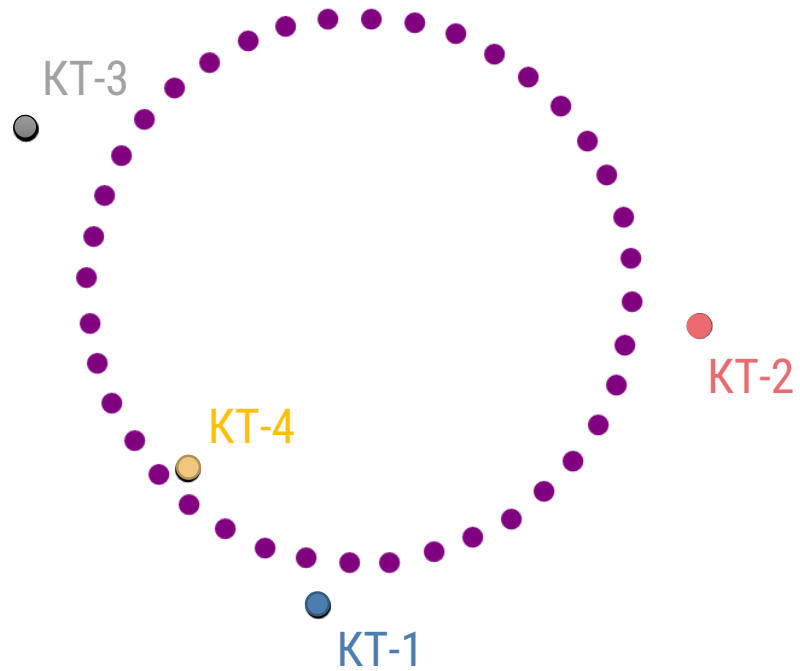
ЧАСТЬ 3. НЕРЕШЕННЫЕ ЗАДАЧИ

РЕШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ СТЕФАНА

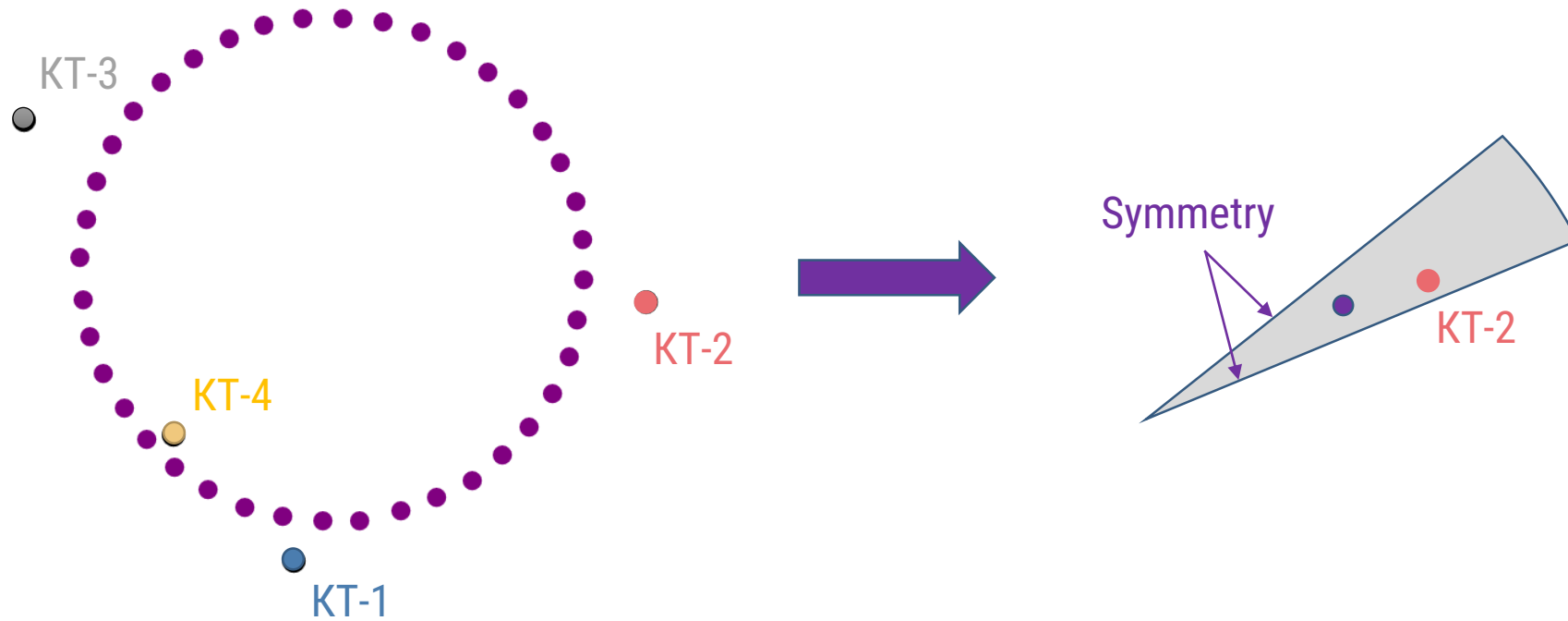
Проблемы:

1. Длительность вычислительной процедуры (может использоваться симплекс-метод? Или вообще другой метод?)
2. Оптимальное планирование. Минимизировать невязку по всем переменным сразу или делать это поэтапно по каждой переменной в отдельности?
3. Интерпретация остаточной невязки в результате решения обратной задачи (несовместность данных, медленная сходимость алгоритма, неверные оптимизационные параметры).
4. Возможно имеет смысл ввести дополнительные критерии при минимизации функционала невязки.
5. Введение упрощений в рассматриваемую задачу (сектор вместо всего кругового контура).

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОСТАТОЧНОЙ НЕВЯЗКИ



ВВЕДЕНИЕ УПРОЩЕНИЙ В РАССМАТРИВАЕМУЮ ЗАДАЧУ



ЧТО МЫ В ИТОГЕ ХОТИМ ПОЛУЧИТЬ

Программный модуль, считающий прямую задачу Стефана (уже есть).

Программный модуль, считающий обратную задачу Стефана.

Интеграция в программном комплексе «FrozenWall».

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!